

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ

Barem CLASA a VII -a

Problema 1.(7 puncte)

$$a = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} \right)} \dots\dots\dots (2p)$$

$$a = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \right)} = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{49}{50}} \dots\dots\dots (3p)$$

$$a = \frac{21}{10} \in \mathbb{Q} \text{ și } \frac{21}{10} = 2,1 > 2. \dots\dots\dots (2p)$$

Finalizare calcul (1p)

Problema 2.(7 puncte)

$$a) \ a = \frac{1}{\frac{1+2}{9}} + \frac{1}{\frac{1+2+3}{9}} + \dots + \frac{1}{\frac{1+2+3+\dots+9}{9}} = \frac{9}{1+2} + \frac{9}{1+2+3} + \dots + \frac{9}{1+2+\dots+9}$$

$$a = \frac{18}{2 \cdot 3} + \frac{18}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{18}{9 \cdot 10} = 18 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right)$$

2 puncte

$$\Rightarrow a = 18 \cdot \frac{4}{10} = 7,2 \quad \text{(1punct)}$$

$$b) \ a^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{-1} = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot b^{-1} = \sqrt{5} \Rightarrow \quad \text{(2puncte)}$$

$$b^{-1} = \sqrt{5a} = \sqrt{5 \cdot 7,2} \Rightarrow b^{-1} = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow b = \frac{1}{6} \quad \text{(2puncte)}$$

Problema 3.(7 puncte)

Desen corect.....(1p)

a) $\triangle ACB$ - isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle CAB) = m(\sphericalangle ABC) = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$(2p)

b) Fie $CE \perp AB, E \in (AB)$. Atunci $CE = AD = 8$ cm.(1p)

$\triangle ACB$ este dreptunghic isoscel $\Rightarrow [CE]$ este înălțime, mediană, $\Rightarrow AB = 2CE = 16$ cm, iar $DC = 8$ cm...(2p)

$A_{ABCD} = 96$ cm².....(1p)

Problema 4.(7 puncte)

Desen corect.....(1p)

NP este mediatoarea segmentului AC . Cum $OA = OB = BC$, rezultă că NP este mediat. segmentului OB(2p)

Rezultă că $ON = NB$. Cum $ON = OB$ (raze), rezultă că $\triangle NOB$ este echilateral.....(1p)

$\sphericalangle OBN = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle NBC = 120^\circ$(1p)

$\triangle NBC$ este isoscel $\Rightarrow \sphericalangle BNC = 30^\circ \Rightarrow \sphericalangle ONC = 90^\circ \Rightarrow ON \perp NC \Rightarrow NC$ este tangentă la cerc.....(2p)